

(٤٠ درجة لكل سؤال)

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول: إذا كان C خط بياني لتابع f و كان جدول تغيراته هو:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$		+	+	0	-
$f(x)$	3	$+\infty$	$-\infty$	4	3

١. اكتب مجموعة تعريف التابع f ، و اكتب مجموعة قيمه.

٢. أوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ و اكتب معادلة مماس أفقي لخطه C .

٣. أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x))$.

السؤال الثاني: عين مجموعة الأعداد العقدية z التي يكون من أجلها العدد $w = \frac{z+i}{1+3iz}$ تخيلي بحت ،

علماً أن : $z \neq \frac{1}{3}i$

السؤال الثالث: C الخط الباني لتابع f المعرّف على \mathbb{R}^* وفق: " $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ " ، و المطلوب :

أثبت أن النقطة $A(0, 1)$ هي مركز تناظر للخط C .

السؤال الرابع: لدينا العددان $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1 + i$ و المطلوب:

١. اكتب كلاً منهما بالشكل المثلثي.

٢. اكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكل المثلثي ، و بالشكل الجبري.

٣. استنتج $\cos \frac{5\pi}{12}$.

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: في الشكل المجاور متوازي سطوح طول كل حرف من أحرفه

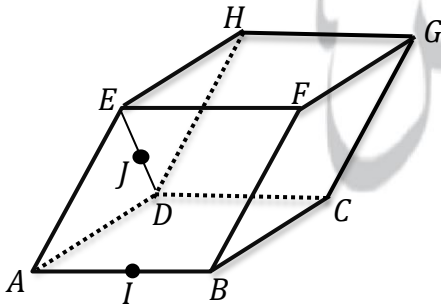
يساوي 4 ، إذا علمت أن الزاوية $B\hat{A}E = 60^\circ$ و $B\hat{A}D = 30^\circ$

١. احسب $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ ثم $\overline{AB} \cdot \overline{EG}$ ثم $\overline{AB} \cdot \overline{AG}$

٢. لتكن I منتصف AB و J منتصف ED ،

بيّن أنّ $\overline{IJ} = \overline{IA} + \overline{AD} + \overline{DJ}$ ، $\overline{IJ} = \overline{IA} + \overline{AE} + \overline{EJ}$

ثم برهن أن الأشعة \overline{IJ} ، \overline{AD} ، \overline{BE} مرتبطة خطياً.



$$\begin{cases} x_0 = 4 \\ x_{n+1} = \frac{2}{3}x_n + 1 \end{cases} \text{ :معرفة وفق: } (x_n)_{n \geq 0} \text{ :التمرين الثاني}$$

و لدينا $(y_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق : $y_n = x_n - 3$ ، و المطلوب :

1. أثبت أن y_n متتالية هندسية، و عيّن أساسها، و احسب y_0 .
2. اكتب عبارة y_n ثم x_n بدلالة n .
3. بفرض أن $S_n = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}$ اكتب S_n بدلالة n .

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2 + a}{x - 1}$

1. عيّن a ليكون للتابع f قيمة حدية محلياً عند $x = 2$.

2. بفرض $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$ تابع خطه البياني C ، أوجد معادلة المقارب المائل للخط C ،

و اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط C .

التمرين الرابع: مثلث ABC ، مثلث M ، منتصف $[BC]$

وكلاً من $AB'B$ ، $AC'C$ مثلثين قائمين في A و متساويي الساقين.

باختيار معلم متجانس مبدؤه A في المستوي العقدي، و المطلوب:

احسب Z_M ، $Z_{C'}$ ، $Z_{B'}$ بدلالة (Z_B, Z_C) ،

ثم استنتج أن $(B'C') \perp (AM)$ و أن $B'C' = 2AM$.

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

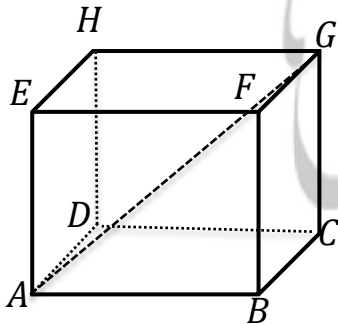
1. أثبت أن f تابع زوجي.

2. بيّن أن المستقيم $(\Delta: y = x)$ مقارب مائل في جوار $(+\infty)$ ، و استنتج من الصفة التناظرية للخط C معادلة Δ'

المقارب المائل للخط C في جوار $(-\infty)$.

3. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها، و دلّ على القيمة الحدية محلياً.

4. ارسم كل مقارب وجدته، و ارسم C .



المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات وليكن $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

معلم متجانس فيه $\vec{AE} = 2\vec{k}$ ، $\vec{AD} = 1\vec{j}$ ، $\vec{AB} = 2\vec{i}$ و المطلوب :

1. اكتب إحداثيات الرؤوس، ثم اكتب معادلة Q المستوي المحوري

للقطعة المستقيمة $[AG]$ ، و هل H نقطة من Q ؟

2. احسب بعد E عن المستوي Q .

3. أثبت أن الأشعة \vec{EF} ، \vec{BG} ، \vec{IJ} مرتبطة خطياً علماً أن I منتصف $[BE]$ و J منتصف $[FG]$

4. اكتب معادلة المخروط الذي رأسه A و محوره (O, \vec{j}) و مركز قاعدته D و نصف قطرها 1.

❖ انتهت الأسئلة ❖